

Complément de vocabulaire

Un **langage du premier ordre** est un ensemble de mots d'une certaine *forme*¹.

Une **théorie logique du premier ordre** est un ensemble de *tautologies* engendré par

- une relation de *déduction*² notée \vdash et définie par un ensemble d'*axiomes* et de *règles de déduction* exprimés dans un langage du premier ordre, ou par
- une relation de *satisfaction*³ (notée \models)

Une **tautologie** est un *théorème* sans hypothèses.

La logique des prédicats ou **la théorie (logique) des prédicats** ou encore **la logique du premier ordre** est

- une théorie logique du premier ordre
- une extension de la *logique propositionnelle* (ou *théorie logique des propositions*)

On **instancie** un *schéma* d'axiome, un *schéma* de déduction, ou un *schéma* de théorème dans leurs *méta*-variables.

On **particularise** un axiome, une règle de déduction, ou un théorème dans leurs occurrences de variables *quantifiées universellement*.

On **exemplifie** un axiome, une règle de déduction, ou un théorème dans leurs occurrences de variables *libres*⁴.

Dans $\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma' \vdash B}{\Gamma'' \vdash C}$ on appelle $\Gamma \vdash A$ et $\Gamma' \vdash B$ des *prémises* et $\Gamma'' \vdash C$ la *conclusion*.

Dans $D \Rightarrow E$ on appelle D l'*antécédent* et E le *conséquent*.

¹voir polycopié

²concrétisant une notion de vérité *opérationnelle*

³concrétisant une notion de vérité *dénotationnelle* (pas abordé dans ce cours)

⁴dans un axiome ou une règle de déduction, les occurrences de variables libres sont dues à des *quantificateurs universels initiaux manquants*