

Séance d'exercices 10° Preuve de programme

8 juin 2004

En groupes de deux, prouvez que le programme

```

const int max;
int n;
Typename Entry;
const Entry x;
const Entry A[max];
bool present;
{
  int left, right;
  left := 0;
  right := n - 1;
  while (left ≠ right)
  {
    int mid;
    mid := (left + right)/2;
    if (x ≤ A[mid]) then right := mid; else left := mid + 1;
  }
  present := A[right] = x;
}

```

trouve un élément x dans le segment $A[0 : n - 1]$ — *trié dans l'ordre croissant* — du tableau A si et seulement si x s'y trouve effectivement¹.

Dans ce but,

- déterminez la pré-condition (c'est une conjonction de deux autres conditions)
- prouvez formellement — moyennant la logique de Hoare — que $present \Leftrightarrow x \in A[0 : n - 1]$ si le programme termine, en prenant comme *invariante*

$$A[0 : n - 1] \uparrow \wedge 0 \leq left \leq right \leq n - 1 \leq max - 1 \wedge x \in A[0 : n - 1] \Rightarrow (x \geq A[0 : left] \wedge x \leq A[right : n - 1])$$

où \uparrow est un symbole relationnel unaire post-fixe prononcé
« est trié dans l'ordre croissant »

- prouvez informellement que le programme termine.

¹le programme implémente la stratégie de recherche dite « recherche dichotomique »